

त्रिकोणमिति का परिचय

इस अध्याय के सभी महत्वपूर्ण प्रश्न – उत्तर सहित। पहले खुद हल करने की कोशिश करो, फिर उत्तर मिलाओ।

अभ्यास प्रश्न-उत्तर (हर टॉपिक से)

» त्रिकोणमिति का परिचय और महत्व

प्रश्न 1 (आसान). त्रिकोणमिति शब्द किन ग्रीक शब्दों से मिलकर बना है?

उत्तर – Tri (तीन), Gon (भुजा), Metron (माप)

प्रश्न 2 (आसान). त्रिकोणमिति में मुख्य रूप से किन त्रिभुजों का अध्ययन किया जाता है?

उत्तर – समकोण त्रिभुजों का

प्रश्न 3 (मध्यम). आप वास्तविक जीवन के दो उदाहरण दीजिए जहाँ त्रिकोणमिति का उपयोग होता है?

उत्तर – इमारतों की ऊँचाई मापना और नदी की चौड़ाई ज्ञात करना।

» न्यून कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपात

प्रश्न 4 (आसान). यदि $\sin A = 3/5$ है, तो एक समकोण त्रिभुज बनाकर $\cos A$ का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $\cos A = 4/5$

प्रश्न 5 (आसान). अगर $\tan P = 12/5$ है, तो $\cot P$ का मान क्या होगा?

उत्तर – $\cot P = 5/12$

प्रश्न 6 (मध्यम). एक समकोण त्रिभुज XYZ में, कोण Y समकोण है। यदि $XY = 8$ सेमी और $YZ = 15$ सेमी, तो $\sin X$ और $\sec X$ ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $\sin X = 15/17$, $\sec X = 17/8$

प्रश्न 7 (कठिन). यदि $3 \cot A = 4$ है, तो जाँच कीजिए कि $(1 - \tan^2 A) / (1 + \tan^2 A) = \cos^2 A - \sin^2 A$ है या नहीं।

उत्तर – दोनों पक्षों का मान $7/25$ है, अतः हाँ, बराबर है।

» त्रिकोणमितीय अनुपातों का भुजाओं की लंबाई से स्वतंत्रता

प्रश्न 8 (आसान). यदि एक समकोण त्रिभुज में $\tan 60^\circ = 3$ है, तो एक बड़े समकोण त्रिभुज में भी जिसका कोण 60° है, $\tan 60^\circ$ का मान क्या होगा?

उत्तर – 3

प्रश्न 9 (आसान). एक समकोण त्रिभुज में कोण B पर समकोण है। यदि $\sin A = 3/5$, और आप एक और छोटा त्रिभुज बनाते हैं जिसमें कोण A वही रहता है, तो नए त्रिभुज में $\sin A$ का मान क्या होगा?

उत्तर – $3/5$

प्रश्न 10 (मध्यम). मान लीजिए एक 30° के कोण के लिए, आप एक त्रिभुज बनाते हैं जहाँ लम्ब 5 cm और कर्ण 10 cm है। अगर आप एक दूसरा त्रिभुज बनाते हैं जिसमें लम्ब 7 cm है, तो कर्ण कितना होगा ताकि कोण 30° ही रहे? और $\sin 30^\circ$ क्या होगा?

उत्तर – कर्ण 14 cm होगा, और $\sin 30^\circ = 1/2$

» एक अनुपात से अन्य त्रिकोणमितीय अनुपात ज्ञात करना

प्रश्न 11 (आसान). यदि $\tan = 4/3$ हो, तो $\sin$ ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $\sin = 4/5$

प्रश्न 12 (आसान). यदि $\cos B = 12/13$ हो, तो $\sin B$ ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $\sin B = 5/13$

प्रश्न 13 (मध्यम). यदि $\sec A = 5/3$ हो, तो अन्य सभी त्रिकोणमितीय अनुपात ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $\sin A = 4/5$, $\cos A = 3/5$, $\tan A = 4/3$, $\operatorname{cosec} A = 5/4$, $\cot A = 3/4$

प्रश्न 14 (कठिन). यदि $15 \cot A = 8$ हो, तो $\sin A$ और $\sec A$ का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $\sin A = 15/17$, $\sec A = 17/8$

» विशिष्ट कोणों (45°) के त्रिकोणमितीय अनुपात

प्रश्न 15 (आसान). यदि $\cot 45^\circ$ का मान 1 है, तो $\tan 45^\circ$ का मान क्या होगा?

उत्तर – 1

प्रश्न 16 (आसान). क्या $\sin 45^\circ$ और $\cos 45^\circ$ का मान बराबर होता है? हाँ या नहीं।

उत्तर – हाँ

प्रश्न 17 (मध्यम). एक समकोण त्रिभुज में, यदि दोनों न्यून कोण 45° के हों और कर्ण 10 सेमी हो, तो प्रत्येक भुजा की लंबाई क्या होगी?

उत्तर – 52 सेमी

प्रश्न 18 (कठिन). यदि किसी आयत के विकर्ण को 45° पर काटा जाए तो यह किस प्रकार के दो त्रिभुज बनाता है?

उत्तर – समद्विबाहु समकोण त्रिभुज

» विशिष्ट कोणों (30° और 60°) के त्रिकोणमितीय अनुपात

प्रश्न 19 (आसान). $\operatorname{cosec} 30^\circ$ का मान क्या होगा?

उत्तर – 2

प्रश्न 20 (आसान). $\sec 60^\circ$ का मान क्या होगा?

उत्तर – 2

प्रश्न 21 (मध्यम). $\tan 30^\circ * \tan 60^\circ$ का मान ज्ञात करें।

उत्तर – $1/3 * 3 = 1$

प्रश्न 22 (कठिन). यदि $\sin(A+B) = 1$ और $\cos(A-B) = 3/2$, जहाँ $0^\circ < A+B < 90^\circ$ और $A > B$, तो A और B के मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $A=60^\circ$, $B=30^\circ$

» विशिष्ट कोणों (0° और 90°) के त्रिकोणमितीय अनुपात

प्रश्न 23 (आसान). $\sin 90^\circ - \cos 0^\circ$ का मान क्या होगा?

उत्तर – 0

प्रश्न 24 (आसान). $\tan 0^\circ + \cot 90^\circ$ का मान क्या होगा?

उत्तर – 0

प्रश्न 25 (मध्यम). यदि $2\sin A = 2$, तो A का मान क्या होगा?

उत्तर – 90°

प्रश्न 26 (कठिन). $\operatorname{cosec} 90^\circ - \sec 0^\circ + \cot 0^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – अपरिभाषित

» विशिष्ट कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपातों की सारणी

प्रश्न 27 (आसान). $\cos 45^\circ$ का मान क्या है?

उत्तर – $1/2$

प्रश्न 28 (आसान). $\tan 30^\circ$ का मान क्या है?

उत्तर – $1/3$

प्रश्न 29 (मध्यम). $2 \tan^2 45^\circ + \cos^2 30^\circ - \sin^2 60^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 2

प्रश्न 30 (कठिन). यदि $\tan (A + B) = 3$ और $\tan (A - B) = 1/3$ है, तो A और B का मान ज्ञात कीजिए। (जहाँ $0^\circ < A + B < 90^\circ$ और $A > B$)

उत्तर – $A = 45^\circ$, $B = 15^\circ$

» त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएँ: $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

प्रश्न 31 (आसान). क्या $\sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ$ का मान 1 होगा?

उत्तर – हाँ, क्योंकि यह एक सर्वसमिका है और सभी कोणों के लिए सत्य है।

प्रश्न 32 (आसान). अगर $\sin^2 A = 0.6$ है, तो $\cos^2 A$ का मान क्या होगा?

उत्तर – $\cos^2 A = 1 - \sin^2 A = 1 - 0.6 = 0.4$

प्रश्न 33 (मध्यम). यदि $\sin A = 1/2$ है, तो $\cos A$ का मान ज्ञात करने के लिए इस सर्वसमिका का उपयोग कैसे करेंगे?

उत्तर – $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$, तो $(1/2)^2 + \cos^2 A = 1$ | $1/4 + \cos^2 A = 1$ | $\cos^2 A = 1 - 1/4 = 3/4$ | तो $\cos A = 3/2$

» त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएँ: $1 + \tan^2 A = \sec^2 A$

प्रश्न 34 (आसान). यदि $\tan A = 1$ है, तो $\sec^2 A$ का मान क्या होगा?

उत्तर – 2

प्रश्न 35 (आसान). अगर $\sec A = 2$ है, तो $1 + \tan^2 A$ का मान क्या होगा?

उत्तर – 4

प्रश्न 36 (मध्यम). यदि $1 + \tan^2 A = 5$ है, तो $\tan A$ का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 2

प्रश्न 37 (कठिन). $(\sec A - \tan A)(\sec A + \tan A)$ का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 1

» त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएँ: $1 + \cot^2 A = \operatorname{cosec}^2 A$

प्रश्न 38 (आसान). यदि $\cot A = 1$ है, तो $\operatorname{cosec}^2 A$ का मान क्या होगा?

उत्तर – 2

प्रश्न 39 (आसान). अगर $\operatorname{cosec}^2 A = 5$ है, तो $\cot^2 A$ का मान क्या है?

उत्तर – 4

प्रश्न 40 (मध्यम). सिद्ध कीजिए कि $(\operatorname{cosec} A - \cot A)(\operatorname{cosec} A + \cot A) = 1$

उत्तर – बायाँ पक्ष = $\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A$ । हम जानते हैं कि $1 + \cot^2 A = \operatorname{cosec}^2 A$, तो $\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$ । दायाँ पक्ष = 1।

प्रश्न 41 (कठिन). यदि $3 \cot A = 4$ हो, तो $\sin A$ और $\cos A$ का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $\cot A = 4/3$ । $1 + \cot^2 A = \operatorname{cosec}^2 A \Rightarrow 1 + (4/3)^2 = \operatorname{cosec}^2 A \Rightarrow 1 + 16/9 = \operatorname{cosec}^2 A \Rightarrow 25/9 = \operatorname{cosec}^2 A \Rightarrow \operatorname{cosec} A = 5/3$ । तो $\sin A = 1/\operatorname{cosec} A = 3/5$ । अब $\cos A = \cot A * \sin A = (4/3) * (3/5) = 4/5$ ।

» सर्वसमिकाओं का उपयोग कर त्रिकोणमितीय अनुपातों को बदलना

प्रश्न 42 (आसान). $\operatorname{cosec} A$ को $\sin A$ के पदों में व्यक्त करें।

उत्तर – $\operatorname{cosec} A = 1 / \sin A$

प्रश्न 43 (आसान). $\cot A$ को $\tan A$ के पदों में व्यक्त करें।

उत्तर – $\cot A = 1 / \tan A$

प्रश्न 44 (मध्यम). $\tan A$ को $\cos A$ के पदों में व्यक्त करें।

उत्तर – $\tan A = (\sec^2 A - 1) = (1/\cos^2 A - 1) = ((1 - \cos^2 A) / \cos^2 A) = (1 - \cos^2 A) / \cos A$

प्रश्न 45 (कठिन). अनुपातों $\sin A$, $\cos A$ और $\tan A$ को $\sec A$ के पदों में व्यक्त कीजिए।

उत्तर – $\cos A = 1/\sec A$; $\sin A = (1 - \cos^2 A) = (1 - 1/\sec^2 A) = ((\sec^2 A - 1)/\sec^2 A) = (\sec^2 A - 1)/\sec A$; $\tan A = (\sec^2 A - 1)$

हल किए हुए उदाहरण (step-by-step)

उदाहरण 1. मान लीजिए एक पेड़ की परछाई 10 मीटर लंबी है और सूरज की किरणें ज़मीन से 30 डिग्री का कोण बना रही हैं। पेड़ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

› यहाँ एक समकोण त्रिभुज बनता है, जिसमें परछाई आधार है (10 मीटर), पेड़ की ऊँचाई लंब है, और सूरज का कोण 30 डिग्री है।

- › हम जानते हैं कि $\tan(\text{कोण}) = \text{लंब} / \text{आधार}$ ।
- › तो, $\tan(30^\circ) = \text{पेड़ की ऊँचाई} / 10 \text{ मीटर}$ ।
- › $\tan(30^\circ)$ का मान $1/3$ होता है।
- › इसलिए, $1/3 = \text{पेड़ की ऊँचाई} / 10 \text{ मीटर}$ ।
- › पेड़ की ऊँचाई = $10 / 3$ मीटर।
- › इसको हल करने पर लगभग 5.77 मीटर आता है।

उत्तर – पेड़ की ऊँचाई लगभग 5.77 मीटर है।

उदाहरण 2. एक समकोण त्रिभुज ABC में, जहाँ कोण B समकोण है। यदि $AB = 3$ सेमी और $BC = 4$ सेमी हो, तो कोण A के लिए $\sin A$, $\cos A$, और $\tan A$ के मान ज्ञात कीजिए।

- › सबसे पहले, हम पाइथागोरस प्रमेय का उपयोग करके कर्ण (hypotenuse) AC का मान ज्ञात करेंगे।
- › $AC^2 = AB^2 + BC^2$
- › $AC^2 = 3^2 + 4^2$
- › $AC^2 = 9 + 16$
- › $AC^2 = 25$
- › $AC = \sqrt{25} = 5$ सेमी।
- › अब, हम कोण A के लिए त्रिकोणमितीय अनुपात ज्ञात करेंगे।
- › $\sin A = (\text{कोण A के सामने की भुजा}) / (\text{कर्ण}) = BC / AC = 4 / 5$
- › $\cos A = (\text{कोण A से लगी हुई भुजा}) / (\text{कर्ण}) = AB / AC = 3 / 5$

$$\triangleright \tan A = (\text{कोण A के सामने की भुजा}) / (\text{कोण A से लगी हुई भुजा}) = BC / AB = 4 / 3$$

$$\text{उत्तर} - \sin A = 4/5, \cos A = 3/5, \tan A = 4/3$$

उदाहरण 3. दो समकोण त्रिभुज हैं: ABC और PQR। दोनों में कोण A और कोण P, 45 डिग्री के हैं। ABC में AB = 3 cm, BC = 3 cm और AC = 32 cm है। PQR में PQ = 6 cm, QR = 6 cm और PR = 62 cm है। $\sin 45^\circ$ का मान दोनों त्रिभुजों के लिए ज्ञात कीजिए।

$\triangleright$ पहले ABC के लिए $\sin 45^\circ$ निकालते हैं। $\sin A = \text{लंब/कर्ण}$ । यहाँ लंब BC है और कर्ण AC है।

$$\triangleright \sin 45^\circ (\text{ABC के लिए}) = BC / AC = 3 / (32) = 1/2$$

$\triangleright$ अब PQR के लिए $\sin 45^\circ$ निकालते हैं। $\sin P = \text{लंब/कर्ण}$ । यहाँ लंब QR है और कर्ण PR है।

$$\triangleright \sin 45^\circ (\text{PQR के लिए}) = QR / PR = 6 / (62) = 1/2$$

$\triangleright$ देखो बच्चों, दोनों त्रिभुज अलग-अलग साइज के थे, पर कोण 45° समान था, तो $\sin 45^\circ$ का मान भी समान आया, यानी 1/2।

$$\text{उत्तर} - \sin 45^\circ = 1/2 \text{ (दोनों त्रिभुजों के लिए)}$$

उदाहरण 4. यदि $\sin A = 3/4$ हो, तो $\cos A$ और $\tan A$ का मान ज्ञात कीजिए।

$\triangleright$ हमें दिया है $\sin A = 3/4$ । हम जानते हैं कि $\sin A = \text{लंब} / \text{कर्ण}$ ।

$\triangleright$ तो, मान लेते हैं कि लंब (BC) = 3k और कर्ण (AC) = 4k।

$\triangleright$ समकोण त्रिभुज ABC में, पाइथागोरस प्रमेय से: $(\text{कर्ण})^2 = (\text{लंब})^2 + (\text{आधार})^2$

$$\triangleright (AC)^2 = (BC)^2 + (AB)^2$$

$$\triangleright (4k)^2 = (3k)^2 + (AB)^2$$

$$\triangleright 16k^2 = 9k^2 + (AB)^2$$

$$\triangleright (AB)^2 = 16k^2 - 9k^2 = 7k^2$$

$$\triangleright AB = (7k^2) = k7। \text{ तो आधार (AB) = } k7 \text{ है।}$$

$\triangleright$ अब हम $\cos A$ और $\tan A$ ज्ञात कर सकते हैं।

$$\triangleright \cos A = \text{आधार} / \text{कर्ण} = AB / AC = (k7) / (4k) = 7 / 4$$

$$\triangleright \tan A = \text{लंब} / \text{आधार} = BC / AB = (3k) / (k7) = 3 / 7$$

$$\text{उत्तर} - \cos A = 7 / 4 \text{ और } \tan A = 3 / 7$$

उदाहरण 5. एक समकोण त्रिभुज ABC में, यदि कोण B = 90° , कोण A = 45° और भुजा AB = 5 सेमी हो, तो $\sin 45^\circ$, $\cos 45^\circ$ और $\tan 45^\circ$ के मान ज्ञात कीजिए।

$\triangleright$ क्योंकि कोण B = 90° और कोण A = 45° , तो कोण C भी $180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ होगा।

$\triangleright$ चूँकि कोण A = कोण C = 45° , यह एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज है, इसलिए AB = BC।

$\triangleright$ दिया गया है AB = 5 सेमी, तो BC भी 5 सेमी होगा।

$$\triangleright \text{पाइथागोरस प्रमेय से, } AC^2 = AB^2 + BC^2 = 5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50।$$

$$\triangleright \text{इसलिए, } AC = 50 = (25 \times 2) = 52 \text{ सेमी।}$$

$$\triangleright \text{अब, } \sin 45^\circ = (\text{कोण A के सामने की भुजा}) / (\text{कर्ण}) = BC / AC = 5 / (52) = 1/2।$$

$$\triangleright \cos 45^\circ = (\text{कोण A से संलग्न भुजा}) / (\text{कर्ण}) = AB / AC = 5 / (52) = 1/2।$$

$$\triangleright \tan 45^\circ = (\text{कोण A के सामने की भुजा}) / (\text{कोण A से संलग्न भुजा}) = BC / AB = 5 / 5 = 1।$$

$$\text{उत्तर} - \sin 45^\circ = 1/2, \cos 45^\circ = 1/2, \tan 45^\circ = 1$$

उदाहरण 6. यदि एक समबाहु त्रिभुज की प्रत्येक भुजा 10 सेमी है, तो उसके 30° और 60° कोणों के लिए $\sin$, $\cos$ और $\tan$ के मान ज्ञात कीजिए।

- › पहला कदम, हम एक समबाहु त्रिभुज ABC लेंगे, जिसकी भुजा $AB = BC = CA = 10 \text{ cm}$ है।
- › अब हम A से BC पर लम्ब AD डालेंगे। तो AD, BC को दो बराबर भागों में बांटेगा। $BD = DC = 10/2 = 5 \text{ cm}$ ।
- › त्रिभुज ABD एक समकोण त्रिभुज है, जिसमें $B = 60^\circ$ और $BAD = 30^\circ$ ।
- › पाइथागोरस प्रमेय से, $AD^2 = AB^2 - BD^2$ । तो $AD^2 = 10^2 - 5^2 = 100 - 25 = 75$ ।
- › तो $AD = \sqrt{75} = (25 \times 3) = 5\sqrt{3} \text{ cm}$ ।
- › अब, 30° के लिए: $BAD = 30^\circ$ । इसके लिए लम्ब BD है, आधार AD है और कर्ण AB है।
- › $\sin 30^\circ = \text{लम्ब/कर्ण} = BD/AB = 5/10 = 1/2$ ।
- › $\cos 30^\circ = \text{आधार/कर्ण} = AD/AB = 5\sqrt{3}/10 = \sqrt{3}/2$ ।
- › $\tan 30^\circ = \text{लम्ब/आधार} = BD/AD = 5/5\sqrt{3} = 1/\sqrt{3}$ ।
- › अब, 60° के लिए: $ABD = 60^\circ$ । इसके लिए लम्ब AD है, आधार BD है और कर्ण AB है।
- › $\sin 60^\circ = \text{लम्ब/कर्ण} = AD/AB = 5\sqrt{3}/10 = \sqrt{3}/2$ ।
- › $\cos 60^\circ = \text{आधार/कर्ण} = BD/AB = 5/10 = 1/2$ ।
- › $\tan 60^\circ = \text{लम्ब/आधार} = AD/BD = 5\sqrt{3}/5 = \sqrt{3}$ ।

उत्तर – $\sin 30^\circ = 1/2$, $\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$, $\tan 30^\circ = 1/\sqrt{3}$; $\sin 60^\circ = \sqrt{3}/2$, $\cos 60^\circ = 1/2$, $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ ।

उदाहरण 7. मान ज्ञात कीजिए: $\sin 0^\circ + \cos 90^\circ + \tan 45^\circ$

- › सबसे पहले, सभी मानों को याद करें या तालिका से देखें।
- › $\sin 0^\circ = 0$ होता है।
- › $\cos 90^\circ = 0$ होता है।
- › $\tan 45^\circ = 1$ होता है।
- › अब इन मानों को समीकरण में रखें: $0 + 0 + 1$ ।

उत्तर – उत्तर है: 1

उदाहरण 8. मान ज्ञात कीजिए: $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$

- › सबसे पहले, सारणी से सभी मान लिखेंगे:
- › $\sin 60^\circ = \sqrt{3}/2$
- › $\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$
- › $\sin 30^\circ = 1/2$
- › $\cos 60^\circ = 1/2$
- › अब इन्हें दिए गए व्यंजक में रखेंगे:
- › $(\sqrt{3}/2) * (\sqrt{3}/2) + (1/2) * (1/2)$
- › $= (3/4) + (1/4)$
- › $= (3+1)/4$
- › $= 4/4$
- › $= 1$

उत्तर – 1

उदाहरण 9. यदि $\sin A = 3/5$ है, तो $\sin^2 A + \cos^2 A$ का मान ज्ञात कीजिए।

- › हमें पता है कि त्रिकोणमितीय सर्वसमिका $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ होती है।
- › यहाँ $\sin A$ का मान $3/5$ दिया गया है।
- › पहले हम $\sin^2 A$ का मान निकालते हैं: $\sin^2 A = (3/5)^2 = 9/25$ ।
- › अब, हम $\cos^2 A$ का मान निकालने की बजाय, सीधे सर्वसमिका का उपयोग कर सकते हैं।
- › सर्वसमिका के अनुसार, $\sin^2 A + \cos^2 A$ का मान हमेशा 1 होता है, चाहे $\sin A$ कुछ भी हो (बशर्ते वह मान्य हो)।

उत्तर – इसलिए, $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ ।

उदाहरण 10. यदि $\tan A = 3/4$ है, तो $\sec A$ का मान ज्ञात कीजिए, सर्वसमिका का प्रयोग करके।

- › हमें सर्वसमिका पता है: $1 + \tan^2 A = \sec^2 A$
- › यहाँ $\tan A = 3/4$ दिया है। हम इस मान को सर्वसमिका में रखेंगे।
- › तो, $1 + (3/4)^2 = \sec^2 A$
- › $1 + 9/16 = \sec^2 A$
- › अब, हम 1 और 9/16 को जोड़ेंगे। 1 को हम 16/16 लिख सकते हैं।
- › $16/16 + 9/16 = \sec^2 A$
- › $25/16 = \sec^2 A$
- › अब हमें $\sec A$ का मान चाहिए, तो हम दोनों तरफ वर्गमूल (square root) लेंगे।
- › $\sec A = (25/16)$
- › $\sec A = 5/4$

उत्तर – $\sec A = 5/4$

उदाहरण 11. यदि $\cot A = 3/4$ है, तो $\operatorname{cosec} A$ का मान ज्ञात कीजिए।

- › हमें पता है कि सर्वसमिका $1 + \cot^2 A = \operatorname{cosec}^2 A$ होती है।
- › यहाँ $\cot A$ का मान $3/4$ दिया गया है।
- › अब, $\cot A$ के मान को सर्वसमिका में रखेंगे: $1 + (3/4)^2 = \operatorname{cosec}^2 A$
- › इसे हल करेंगे: $1 + 9/16 = \operatorname{cosec}^2 A$
- › अब, $1 + 9/16$ को जोड़ेंगे: $(16/16) + (9/16) = 25/16$ । तो, $\operatorname{cosec}^2 A = 25/16$
- › $\operatorname{cosec} A$ का मान निकालने के लिए $25/16$ का वर्गमूल लेंगे: $\operatorname{cosec} A = (25/16)$
- › $\operatorname{cosec} A = 5/4$

उत्तर – $\operatorname{cosec} A = 5/4$

उदाहरण 12. अनुपातों $\cos A$, $\tan A$ और $\sec A$ को $\sin A$ के पदों में व्यक्त कीजिए।

- › सबसे पहले, हमें $\cos A$ को $\sin A$ के पदों में व्यक्त करना है। हम जानते हैं कि $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$
- › तो, $\cos^2 A = 1 - \sin^2 A$
- › वर्गमूल लेने पर, $\cos A = (1 - \sin^2 A)$ । (यहाँ हम सिर्फ धनात्मक मान लेंगे क्योंकि आमतौर पर Class 10 में हम न्यून कोणों की बात करते हैं।)
- › अब $\tan A$ के लिए। हम जानते हैं कि $\tan A = \sin A / \cos A$
- › $\cos A$ का मान रखने पर, $\tan A = \sin A / (1 - \sin^2 A)$
- › अंत में, $\sec A$ के लिए। हम जानते हैं कि $\sec A = 1 / \cos A$
- › $\cos A$ का मान रखने पर, $\sec A = 1 / (1 - \sin^2 A)$

उत्तर – $\cos A = (1 - \sin^2 A)$, $\tan A = \sin A / (1 - \sin^2 A)$, $\sec A = 1 / (1 - \sin^2 A)$

बोर्ड परीक्षा के लिए खास

- यह विषय बोर्ड परीक्षा के लिए बहुत महत्वपूर्ण है! आपको $\sin$, $\cos$, $\tan$ की परिभाषाएँ (लंब/कर्ण, आधार/कर्ण, लंब/आधार) और उनके व्युत्क्रम संबंधों को अच्छी तरह से याद रखना होगा। अक्सर एक अनुपात दिया होता है और बाकी अनुपात निकालने को कहते हैं, इसलिए पाइथागोरस प्रमेय का सही उपयोग करना आना चाहिए।
- यह अवधारणा सीधे-सीधे प्रश्न के रूप में कम आती है, लेकिन यह आपके अन्य सवालों को हल करते समय एक 'अंडरस्टैंडिंग' के रूप में बहुत काम आती है। कभी भी भुजाओं की लंबाई देखकर अनुपात बदलने की गलती मत करना, बस कोण पर ध्यान देना।
- यह अवधारणा बोर्ड परीक्षा के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। इस पर आधारित सीधे प्रश्न 2-3 अंक में अक्सर आते हैं, इसलिए इसकी खूब अभ्यास करें।

- यह भाग बोर्ड परीक्षा के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। अक्सर सीधे-सीधे इन मानों का उपयोग करके सवाल आते हैं या कभी-कभी इनकी व्युत्पत्ति (derivation) भी पूछ ली जाती है कि ये मान कहाँ से आए।
- 30° , 45° और 60° के त्रिकोणमितीय अनुपातों पर आधारित सीधे प्रश्न और समीकरण हल करने वाले प्रश्न अक्सर बोर्ड परीक्षा में आते हैं। मान याद रखना और उन्हें सही जगह लगाना सीखो।
- यह विषय बोर्ड परीक्षा के लिए बहुत महत्वपूर्ण है! अक्सर 0° , 30° , 45° , 60° , 90° के मानों पर आधारित सीधे प्रश्न या समीकरण हल करने वाले प्रश्न आते हैं। तालिका को अच्छे से याद कर लेना और अपरिभाषित मानों का ध्यान रखना।
- यह सारणी सीधे बोर्ड परीक्षा में 1-2 अंक के सवालों में उपयोग होती है। इसे कंठस्थ याद कर लें और परीक्षा से पहले एक बार रफ कॉपी में बनाकर भी देखें।
- यह सर्वसमिका बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। इस पर आधारित सीधे प्रश्न या अन्य सर्वसमिकाओं को सिद्ध करने में इसका उपयोग जरूर आता है, इसलिए इसे अच्छे से समझ लें और याद रखें।
- यह सर्वसमिका बोर्ड परीक्षा में सीधे या अन्य सर्वसमिकाओं के साथ मिलकर सवाल हल करने में बहुत काम आती है। इसे अच्छे से याद कर लेना और इससे बनने वाले variations जैसे $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$ को भी ध्यान रखना!
- यह सर्वसमिका बोर्ड परीक्षाओं में सीधे प्रश्न के रूप में या किसी बड़े सिद्ध करने वाले प्रश्न का हिस्सा बनकर जरूर आती है, इसलिए इसे अच्छे से समझकर याद कर लें।
- यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं में अक्सर 3-4 अंक के प्रश्नों में पूछी जाती है, जहाँ आपको किसी एक अनुपात के पदों में दूसरे अनुपातों को व्यक्त करना होता है या सिद्ध करने वाले सवालों में इसका उपयोग होता है।

एक नज़र में रिवीज़न

- › त्रिकोणमिति = त्रिभुज की भुजाओं और कोणों के बीच संबंध का अध्ययन।
- › न्यून कोण के लिए भुजाओं के 6 अनुपात ($\sin$, $\cos$, $\tan$, cosec , $\sec$, $\cot$)।
- › कोण समान, तो त्रिकोणमितीय अनुपात भी समान, भुजाओं की लंबाई से स्वतंत्र।
- › एक अनुपात से पाइथागोरस का प्रयोग कर अन्य अनुपात ज्ञात करें।
- › 45° के लिए $\sin = \cos = 1/2$, $\tan = 1$ (समद्विबाहु समकोण त्रिभुज से)
- › 30° , 60° अनुपात: समबाहु त्रिभुज व लंब से मान निकालते हैं।
- › $0^\circ/90^\circ$ त्रिकोणमितीय अनुपात: $\sin 0^\circ = 0$, $\cos 0^\circ = 1$, $\sin 90^\circ = 1$, $\cos 90^\circ = 0$; $\tan 90^\circ/\cot 0^\circ$ अपरिभाषित।
- › विशिष्ट कोणों (0° , 30° , 45° , 60° , 90°) के त्रिकोणमितीय मानों की सारणी।
- › $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ (मूलभूत त्रिकोणमितीय सर्वसमिका)
- › $1 + \tan^2 A = \sec^2 A$ ($0^\circ < A < 90^\circ$)
- › $1 + \cot^2 A = \operatorname{cosec}^2 A$ ($0^\circ < A < 90^\circ$)
- › एक अनुपात से अन्य सभी अनुपातों को ज्ञात करना